Application 1

Considérons un système de contrôle utilisé sur plusieurs lignes de production et étudions la fiabilité de ce système…

Nous disposons d'un relevé des durées de bon fonctionnement avant défaillance de ces systèmes (tableau ci-dessous).

Etablir la loi de fiabilité régissant ce type de système de contrôle.

Donner une estimation du MTTF.

Estimer la probabilité pour qu'un système de contrôle soit défaillant en moins de 2000 h.

Système	Date déf. (h)
1	184
2	434
3	563
4	802
5	946
6	956
7	1403
8	1859
9	1908
10	2087
11	2267
12	2411
13	2609
14	2611
15	3233

Système	Date déf. (h)
16	3303
17	3601
18	3642
19	3663
20	3782
21	4233
22	5486
23	6260
24	6647
25	7192
26	7530
27	7809
28	9601
29	11462
30	25618

Application 1

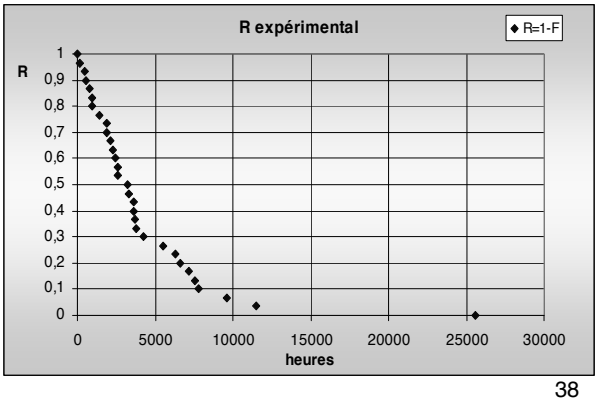
Type de loi ?

Relevé des durées de bon fonctionnement avant défaillance
→ l'historique retrace l'occurrence des défaillances
→ sur cette base il est possible de tracer la courbe expérimentale de fiabilité…

Chaque "temps" du tableau correspond à l'occurrence d'une défaillance
→ pour chaque casse / entité / date, nous avons une probabilité de défaillance
→ fonction de densité des défaillances dans le temps (f)

A tout moment il est possible de calculer la "probabilité cumulée" des occurrences
→ probabilité pour que cela casse **avant** telle date = somme des probabilités de défaillance des casses antérieures
→ distribution des défaillances dans le temps (F) : la non-fiabilité du système (R=1-F)

temps bon fonct.	éléments défaillants	Prob	Prob cumulée (F)	R=1-F
0	0	0,00000	0,00000	1,00000
184	1	0,03333	0,03333	0,96667
434	1	0,03333	0,06667	0,93333
563	1	0,03333	0,10000	0,90000
802	1	0,03333	0,13333	0,86667
946	1	0,03333	0,16667	0,83333
956	1	0,03333	0,20000	0,80000
1403	1	0,03333	0,23333	0,76667
…	…	…	…	…



loi exponentielle

Application 1

Caractérisation de R(t)

Pour une distribution exponentielle nous avons : $f(t) = \lambda.e^{-\lambda t}$ $F(t) = 1 - e^{-\lambda t}$ $R(t) = e^{-\lambda t}$

Le seul paramètre est λ qui peut être déterminé grâce à l'espérance mathématique.

$$E(t) = \sum_i (Prob_i \times t_i)$$

temps bon fonct.	Prob	Pi*ti
0	0,00000	0,00000
184	0,03333	6,13333
434	0,03333	14,46667
563	0,03333	18,76667
802	0,03333	26,73333
946	0,03333	31,53333
956	0,03333	31,86667
1403	0,03333	46,76667
…	…	…
	E(t) : somme	**4470,06667**

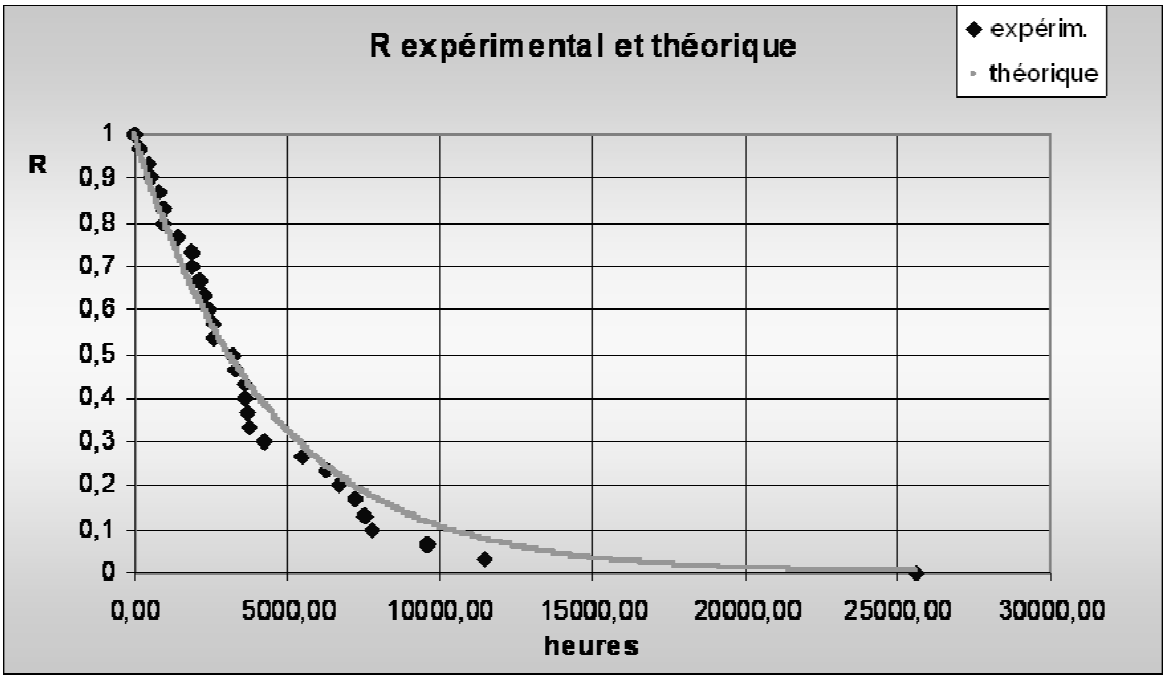
$$\lambda = \frac{1}{E(t)} = \frac{1}{4470,06667} = 0,0002237\ /h$$

$$MTTF = \frac{1}{\lambda} = 4\,470\ heures$$

Probabilité pour qu'un système soit défaillant en moins de 2000 h.

$$Prob(\theta < 2000) = F(2000) = 1 - R(2000) = 1 - e^{-\lambda \times 2000} = 36\%$$

Application 1



Application 2

130 ampoules électriques d'une même fabrication sont testées en laboratoire. Le critère de défaillance étant l'extinction de la lampe, les résultats obtenus sont les suivants.

Caractériser la fiabilité de ces ampoules.

Donner leur durée de vie moyenne.

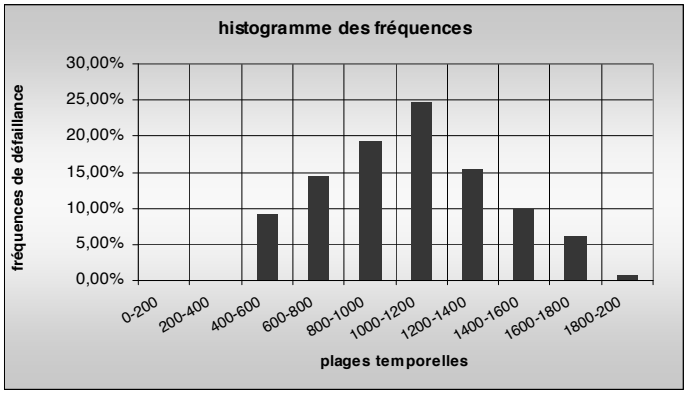
Temps (h)	Amp. défaillantes
0-200	0
200-400	0
400-600	12
600-800	19
800-1000	25
1000-1200	32
1200-1400	20
1400-1600	13
1600-1800	8
1800-2000	1

Application 2

Type de loi ?

Temps (h)	moy. temps	Amp.défail.	Prob.
0-200	100	0	0,00%
200-400	300	0	0,00%
400-600	500	12	9,23%
600-800	700	19	14,62%
800-1000	900	25	19,23%
1000-1200	1100	32	24,62%
1200-1400	1300	20	15,38%
1400-1600	1500	13	10,00%
1600-1800	1700	8	6,15%
1800-200	1900	1	0,77%
		130	

la loi de densité de défaillance semble être une loi normale



Application 2

Caractérisation de R(t)

Distribution normale $\mathcal{N}(\mu,\sigma^2)$

$$f(t) = \frac{1}{\sigma 2\pi}.e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{t-\mu}{\sigma}\right)^2}$$

espérance $\mu = E(t) = \sum_i (Prob_i \times t_i)$

variance $\sigma^2 = \sum_i Prob_i (t_i - \bar{t})^2$

Temps (h)	moy. temps	Amp.défail.	Pi	Pi.*ti	ti-moy(ti)	(ti-moy(ti))²	Pi*(ti-moy(ti))²
0-200	100	0	0,00%	0,00	-900	810000	0
200-400	300	0	0,00%	0,00	-700	490000	0
400-600	500	12	9,23%	46,15	-500	250000	23077
600-800	700	19	14,62%	102,31	-300	90000	13154
800-1000	900	25	19,23%	173,08	-100	10000	1923
1000-1200	1100	32	24,62%	270,77	100	10000	2462
1200-1400	1300	20	15,38%	200,00	300	90000	13846
1400-1600	1500	13	10,00%	150,00	500	250000	25000
1600-1800	1700	8	6,15%	104,62	700	490000	30154
1800-2000	1900	1	0,77%	14,62	900	810000	6231
	moy. = 1000			**μ 1061,54**		**σ²**	**115846**
						σ	**340**

⇒ loi normale de moyenne 1061 h et d'écart type 340 h.

Application 2

