SÛRETÉ DE FONCTIONNEMENT

L'Intervalle de Confiance

Comprendre et estimer l'inconnu sans se tromper.

CONTEXTE

Le défi de l'ingénieur

Le Constat

Impossible de tester 100% d'une production industrielle.
Coût prohibitif et tests souvent destructifs.

La Solution

L'échantillonnage aléatoire.
Déduire l'état global à partir d'une petite fraction.



Une image pour comprendre



Le Harpon

(L'estimation ponctuelle)

- Donner une seule valeur exacte.
- Risque maximal de rater la cible.
- Ex : "La durée de vie est de 5000h".



Le Filet de pêche

(L'intervalle de confiance)

- Donner une plage de valeurs.
- Capture garantie (ex: à 95%).
- Ex : "La durée est entre 4900h et 5100h".

LES BASES MATHÉMATIQUES

De quoi avons-nous besoin ?

n

Taille de l'échantillon

Combien de pièces a-t-on testées ?

1-α

Niveau de confiance

Quel est le degré de certitude exigé ? (ex: 95%)

σ

L'écart-type global

L'irrégularité naturelle des pièces.

Précision ou Certitude ?

C'est l'histoire de la taille du filet de pêche.

90 % **Intervalle étroit (Petit filet).**
Estimation très précise, mais 10% de risque de se tromper.

99 % **Intervalle large (Filet géant).**
Estimation moins précise, mais on est sûr du résultat à 99%.

La Formule

Point de départ ± Marge d'erreur

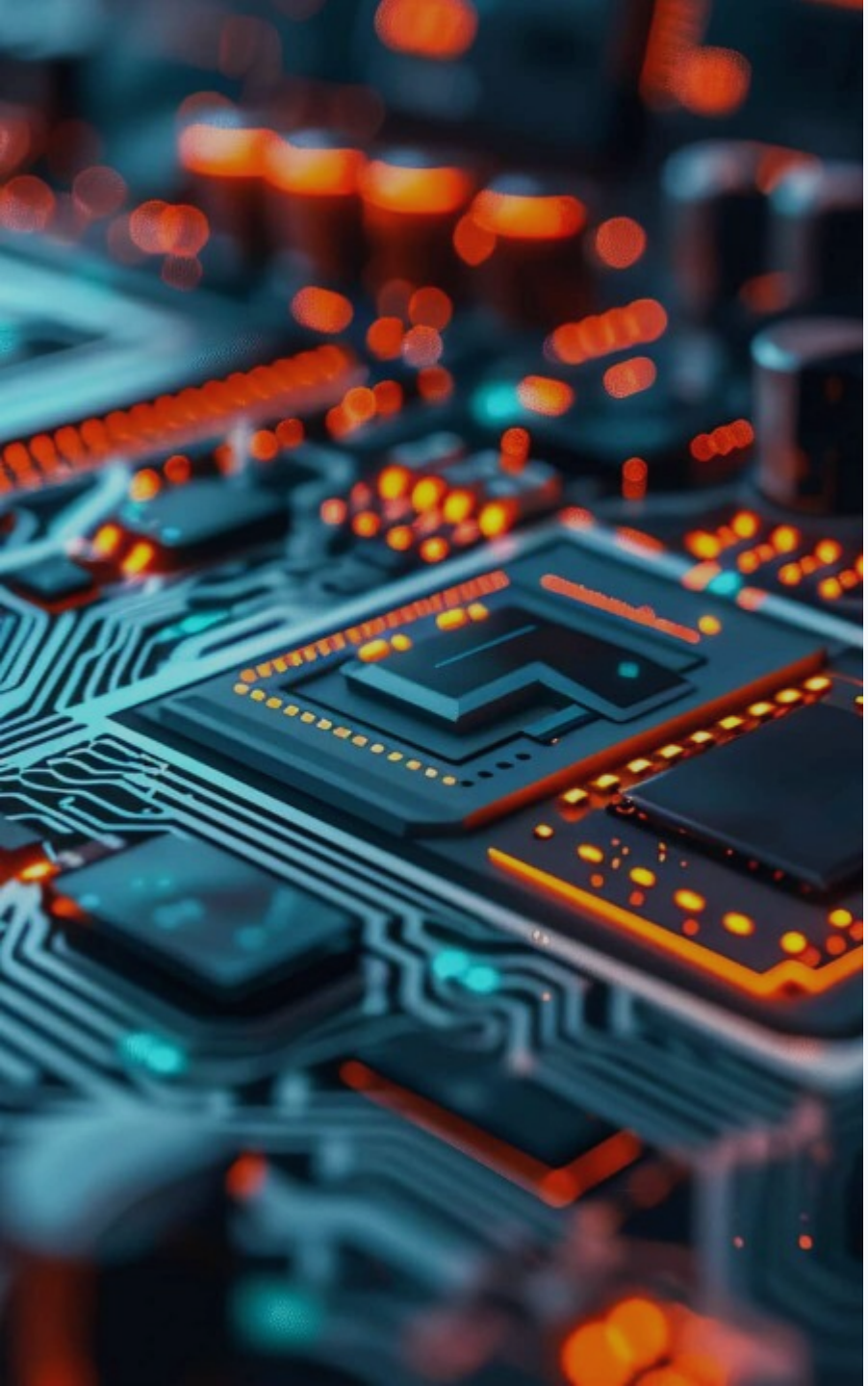
$$IC = \bar{x} - z \times \frac{\sigma}{\sqrt{n}} ; \bar{x} + z \times \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

$\bar{x}$ = Moyenne mesurée

z = Quantile (lié au risque α)

La confiance (ex: 95%) définit le risque α (5%). On déduit **z = 1,96** via la table de la Loi Normale.

σ/√n = Incertitude résiduelle



SÛRETÉ DE FONCTIONNEMENT

Cas Pratique : Capteur (MTBF)

100

Pièces testées (n)

5000 h

Moyenne observée au labo

200 h

Écart-type connu (σ)

95 %

Confiance demandée par le client

RÉSULTAT DE L'ESTIMATION POUR L'USINE

[4960,8 h ; 5039,2 h]

Le filet est jeté avec succès.

Nous sommes sûrs à 95% que la vraie durée de vie de toutes nos futures pièces produites se trouve dans cette fourchette.

ANTICIPER L'AUDIENCE

Questions

? Et si l'écart-type (σ) est inconnu ?

Réponse :

- On utilise l'écart-type de l'échantillon.
- On utilise la Loi de Student au lieu de Normale.
- Conséquence : L'intervalle sera légèrement plus grand.

⚡ Doubler l'échantillon divise-t-il l'erreur par 2 ?

Réponse : Non.

À cause de la racine carrée (√n) dans la formule :

Il faut tester 4 fois plus de pièces pour diviser l'erreur par 2.