FICHE DE RÉVISION

LA LOI BINOMIALE

X compte un nombre de succès parmi n essais : X ~ B(n, p).

1 Reconnaître le modèle

- **n fixé** : n essais au total
- **2 issues** : événement (1) ou autre issue (0)
- **Indépendance** : entre les essais
- **Même p** : pour chaque essai

n entier positif ; $0 \le p \le 1$; $X \in \{0, \ldots, n\}$

Une réalisation pour n = 5

Chaque essai donne 1 ou 0

1 0 1 0 0

X = 1 + 0 + 1 + 0 + 0 = 2

« Succès » = événement compté, même s'il s'agit d'une panne.

LA FORMULE À CONNAÎTRE — k = 0, 1, …, n

$$P(X = k) = C(n, k)\, p^k\, (1 - p)^{n-k}$$

$C(n, k) = n! / [k!\,(n - k)!]$ avec $0! = 1$

E(X) = np **Var(X) = np(1 − p)** **σ = √[np(1 − p)]**

2 Calculer une probabilité

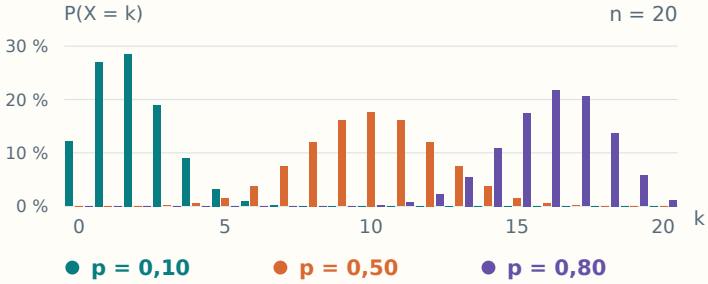
$F_x(r) = P(X \le r)$

Somme des probabilités de 0 à r inclus.

Exactement r	$P(X = r)$
Au plus r	$F_x(r)$
Au moins r	$1 - F_x(r - 1)$
Au moins 1	$1 - (1 - p)^n$

« Au moins r » : le complément s'arrête à r − 1.

3 Influence des paramètres



p augmente : moyenne np plus élevée.

À n fixé : variance maximale et symétrie à p = 0,5.

n augmente : proportion X/n plus stable.

$\sigma(X/n) = \sqrt{[p(1 - p)/n]}$

4 Application à la fiabilité

T : durée avant panne. R(t) = P(T > t).
Même fiabilité, indépendance, sans réparation.

p(t) = 1 − R(t) **X(t) ~ B(n, 1 − R(t))**

P(aucune défaillance) = $R(t)^n$

Redondance 2 sur 3 (vote parfait)



99,275 %

$R_s = 3R^2(1 - R) + R^3$
pour R = 0,95 par capteur

5 Exemple qualité corrigé

50 pièces ; p = 0,02 de non-conformité.

X ~ B(50 ; 0,02) et E(X) = 1

Au moins 2 pièces non conformes ?

26,42 %

$P(X \ge 2) = 1 - [P(X = 0) + P(X = 1)]$

$= 1 - [0{,}98^{50} + 50 \times 0{,}02 \times 0{,}98^{49}]$

p : probabilité, h(t) : taux. Causes communes, p variables ou petit lot sans remise : revoir le modèle.

Sources : Illowsky & Dean, Introductory Statistics 2e, OpenStax, §4.3 ; NIST/SEMATECH, e-Handbook, §1.3.6.6.18.
Livres photographiés (notices/sommaires) : Lyonnet 2006 ; Villemeur 1988 ; Laprie 1995 ; Galar & Kumar 2017. Exemples hypothétiques.